



ENSEIGNER LE CALCUL POSÉ

UNE TECHNIQUE OU DES TECHNIQUES ?

L'ÉLÈVE DOIT MAÎTRISER UNE TECHNIQUE OPÉRATOIRE.

- Les techniques opératoires ne prennent plus en considération le nombre, mais sont des algorithmes qui agissent sur les chiffres.
- Les techniques opératoires usuelles sont à employer lorsque le calcul mental a atteint sa limite en efficacité.
- Multiplier les techniques permet aux élèves de choisir une technique adaptée.
- Le sens des opérations doit être explicité

$$123,45 + 47,984$$

| | | | | | | |
|-------|---|--------------|--------------|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | , | 4 | 5 | |
| + | 4 | 7 | 9 | 8 | 4 | |
| <hr/> | | | | | | |
| 1 | 7 | 1 | , | 4 | 3 | 4 |
| | | | | | | |

$$3\ 829 \times 502$$

| | | | | | |
|-------|---|---|---|---|---|
| | 3 | 8 | 2 | 9 | |
| x | | 5 | 0 | 2 | |
| <hr/> | | | | | |
| | 1 | 2 | 5 | 3 | 8 |
| | | | | | |

$$287\ 269 - 15967$$

| | | | | | | |
|-------|---|---|---|---|---|---|
| | 2 | 8 | 7 | 2 | 6 | 9 |
| + | | 1 | 5 | 9 | 6 | 7 |
| <hr/> | | | | | | |
| | 2 | 7 | 2 | 7 | 0 | 2 |
| | | | | | | |

Handwritten addition on grid paper showing a decimal number with a comma as a decimal separator. The numbers are 7 2 3,4 5 and 4 7 8 4. The result is 6,0 3 2 9. The digits are not aligned by place value.

Les chiffres sont alignés sans tenir compte de leur valeur, la gestion de la virgule est alors aléatoire

La numération de position n'est pas maîtrisée

Handwritten multiplication on grid paper. The numbers are 3 5 2 9 and 5 0 2. The result is 12 5 3 8. The digits are not aligned by place value.

Procédure possible :
 2 fois 9 égal 18, j'écris 8 et je retiens 1
 1 fois 2 égal 3
 5 fois 8 égal 45, j'écris 5 et je retiens 4
 3 fois 4 égal 12

L'algorithme de la multiplication n'est pas maîtrisé : l'élève multiplie les nombres qui apparaissent dans la même colonne et assimile la retenue à un chiffre de l'un des nombres

Handwritten addition on grid paper. The numbers are 2 8 7 2 6 9 and 1 5 9 6 7. The result is 2 7 2 7 0 2. The digits are not aligned by place value.

Le plus petit chiffre est soustrait du plus grand qu'il soit en haut ou en bas

L'algorithme de la soustraction n'est pas compris

Extrait du diaporama de **Elisabeth Oudon et Christophe Tourneux**

- LA DIFFICULTÉ À DONNER DU SENS AUX NOMBRES UTILISÉS, QU'ILS SOIENT ENTIERS OU DÉCIMAUX,
- UNE CONNAISSANCE INSUFFISANTE DES NOMBRES :
24, C'EST $20 + 4$ OU 4×6 OU 3×8 OU LA MOITIÉ DE 48, OU LE DOUBLE DE 12 OU ... (DIFFICULTÉ À « FAIRE PARLER LES NOMBRES »),
- LA DIFFICULTÉ À REVENIR AU SENS DES OPÉRATIONS À EFFECTUER,
- LA TENDANCE À APPLIQUER UNE TECHNIQUE SANS CHERCHER À COMPRENDRE CE QU'ELLE SIGNIFIE,
- UNE CONNAISSANCE INSUFFISANTE DES PROPRIÉTÉS DES OPÉRATIONS QUI TRADUIT UNE ABSENCE DE SIGNIFICATION,
- LA TENDANCE À REPRODUIRE EN CALCUL MENTAL OU EN LIGNE, LA TECHNIQUE DE L'ALGORITHME DE CALCUL POSÉ, SANS CHERCHER LÀ NON PLUS À COMPRENDRE,
- EN CALCUL POSÉ, L'UTILISATION ERRONÉE D'UN ALGORITHME SANS SIGNIFICATION.

Extrait du diaporama de **Elisabeth Oudon et Christophe Tourneux**

Les techniques opératoires

L'addition :

- « l'arbre »
- « décomposition »

La soustraction:

- « addition à trous »
- « course à zéro »
- « l'emprunt »
- « complément à 9 - technique de Ramus»
- « sur une droite graduée »
- « calcul direct »

La multiplication :

- « décomposition »
- « per gelosia »
- « per gelosia et méthode française»
- « en traçant des traits »
- « égyptienne (puissance de deux)»

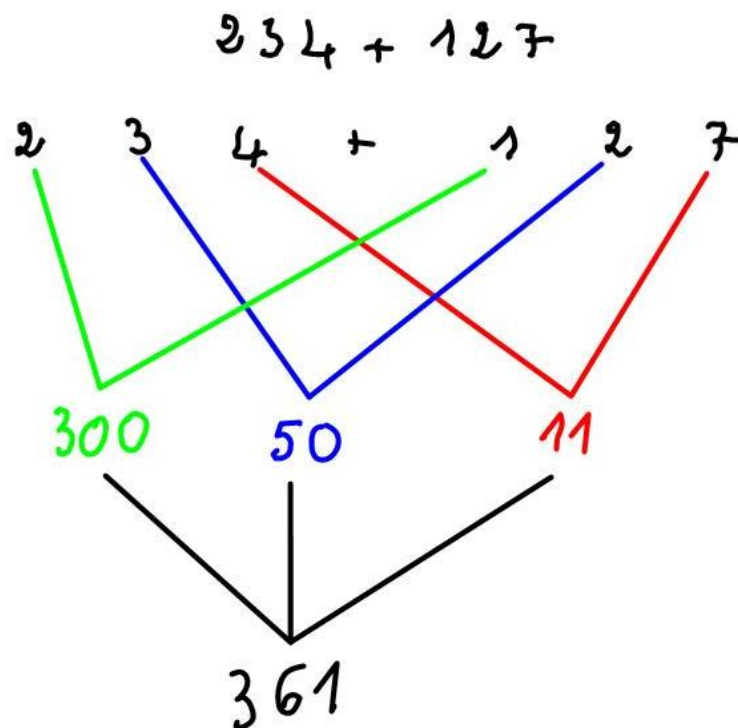
La division :

- « addition ou soustraction sur droite graduée »

LES ADDITIONS



L'addition : "la technique de l'arbre"



Avantages de cette technique :

- Pas d'erreur de positionnement en colonne
- Favorise la compréhension C,D,U
- Peu de retenues
- ...

Difficultés de cette technique :

- Présentation du calcul
- Temps d'exécution
- ...



L'addition : "la technique par décomposition"

$$234 + 174$$

$$\begin{aligned} 234 + 174 &= (200 + 30 + 4) + (100 + 70 + 4) \\ &= 200 + 100 + 30 + 70 + 4 + 4 \\ &= 300 + 100 + 8 \\ &= 408 \end{aligned}$$

Avantages de cette technique :

- Manipulation de la numération (groupement par classe)
- Pas d'erreur de positionnement en colonne
- Favorise la compréhension C,D,U
- Peu de retenues
- ...

Difficultés de cette technique :

- Présentation du calcul
- Manipulation de la numération
- Exécution de calculs mentaux
- ...

LES SOUSTRATIONS



La technique dite « par compensation » (technique française)

Je ne peux pas faire $3 - 8$ alors je rajoute 10 dizaines au premier terme et je compense par l'ajout d'une centaine au deuxième terme.

$$\begin{array}{r} 63 \\ - 37 \\ \hline 26 \end{array}$$

The diagram shows the subtraction $63 - 37$ with the result 26 . The numbers are written in a way that illustrates the compensation technique. The top row shows 6 and 3 with a red $10+$ between them, and $10+$ and 5 between them. The middle row shows 3 with a red $+1$ below it, 7 with a red $+1$ below it, and 9 . The bottom row shows the result 2 , 5 , and 6 . A horizontal line is drawn under the middle row.

Je ne peux pas faire $5 - 9$ alors je rajoute 10 unités au premier terme et je compense par l'ajout d'une dizaine au deuxième terme.

Avantages de cette technique :

- Economie d'écriture
- Socialement reconnue (parents)
- ...

Difficultés de cette technique :

- Gestion de la retenue sur le chiffre (ne pas l'oublier)
- Principe de conservation des écarts à construire
- ...



La soustraction : "la technique de l'emprunt"

$$\begin{array}{r} 273 - 69 \\ \hline 204 \end{array}$$

Diagram illustrating the borrowing technique for subtraction. The top row shows the original problem: 273 - 69. The middle row shows the result after borrowing: 2, 7 (with a slash), and 3 (with a plus sign and a 10 below it). The bottom row shows the final result: 2, 0, and 4. A dashed orange arrow points from the 3 in the middle row to the 9 in the bottom row, with the text "-1d = 10u" written next to it. Another dashed orange arrow points from the 7 in the middle row to the 6 in the bottom row, with the text "+10" written next to it.

Cette technique est dite aussi « technique du cassage de l'unité », c'est une technique anglo-saxonne.

Avantages de cette technique :

- Compréhension plus aisée du système de retenue

-...

Difficultés de cette technique :

- Gestion de la retenue sur le chiffre « zéro »

-...



La soustraction : "la technique par addition à trous "

$$5321 - 2548$$

$$\begin{array}{r} 2548 \\ + \quad . \quad . \quad . \quad . \\ \hline 5321 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \quad \textcircled{1} \quad \textcircled{1} \\ 2548 \\ + \quad 2 \quad 7 \quad 7 \quad 3 \\ \hline 5321 \end{array}$$

Avantages de cette technique :

- Le signe opératoire est additif
- Complément des nombres
- ...

Difficultés de cette technique :

- Gestion des retenues
- Place du résultat à trouver (qui n'est pas après le signe « égal »)
- ...



La soustraction : "la technique de la course à zéro "

$$\begin{array}{r} 171 - 69 \\ -1 \rightarrow 170 - 68 \\ -60 \rightarrow 110 - 8 \\ -8 \rightarrow 102 - 0 \end{array}$$

Avantages de cette technique :

- Pas de retenue
- Calculs simples
- Manipulation de la numération
- ...

Difficultés de cette technique :

- Erreurs de calcul (lors du passage des classes)
- Présentation
- Temps d'exécution
- ...



La soustraction : "la technique du complément à 9"

$$166 - 71$$

166 - 71

196 - 101

Avantages de cette technique :

- Aucune retenue soustractive
- Identification des éventuelles retenues soustractives

-...

Difficultés de cette technique :

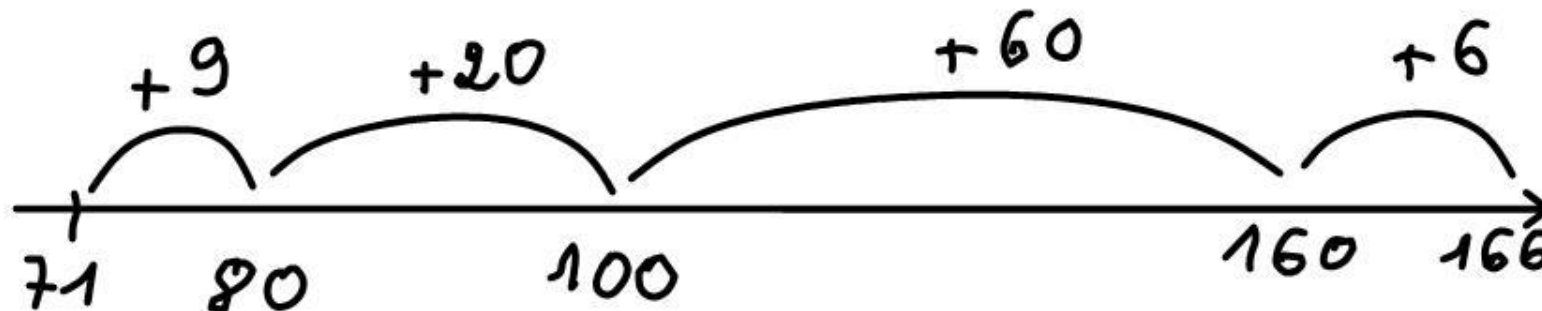
- Retenues additives
- Identification des retenues soustractives

-...



La soustraction : "la technique des bonds"

$$166 - 71 = 95$$



$$9 + 20 + 60 + 6 = 95$$

Avantages de cette technique :

- Pas de retenue
- Décomposition des nombres
- ...

Difficultés de cette technique :

- Présentation
- Temps d'exécution
- ...



La soustraction : "la technique du calcul direct"

$$\begin{array}{r} 235 \\ - 176 \\ \hline \end{array}$$

1c -4d -1u

$$100 - 40 - 1$$

59

Avantages de cette technique :

- Pas de retenue
- Calculs simples
- ...

Difficultés de cette technique :

- Utilisation des nombres relatifs
- ...



La technique « à la russe »

$$635 - 379$$

$$+1 \quad 636 - 380 \quad +1u$$

$$+20 \quad 656 - 400 \quad +2d \text{ ou } +20$$

$$656 - 400 = 256$$

J'arrondis à la dizaine

J'arrondis à la centaine

Avantages de cette technique :

- Pas de retenue
- Lien avec le calcul mental
- Lien avec vie courante faire l'appoint (donner 103 € pour 53 €)

-...

Difficultés de cette technique :

- Réécriture multiple
- connaissance des compléments à 10
- Pas reconnue socialement

-...

LES MULTIPLICATIONS



$$234 \times 17$$

$$234 \times (10 + 7) = (234 \times 10) + (234 \times 7)$$

$$= 2340 + (200 \times 7) + (30 \times 7) + (4 \times 7)$$

$$= 2340 + 1400 + 210 + 28$$

$$= 3740 + 238$$

$$= 3978$$

Avantages de cette technique :

- Pas de retenue multiplicative
- Nécessite la connaissance des tables et de la règle des « zéros »
- ...

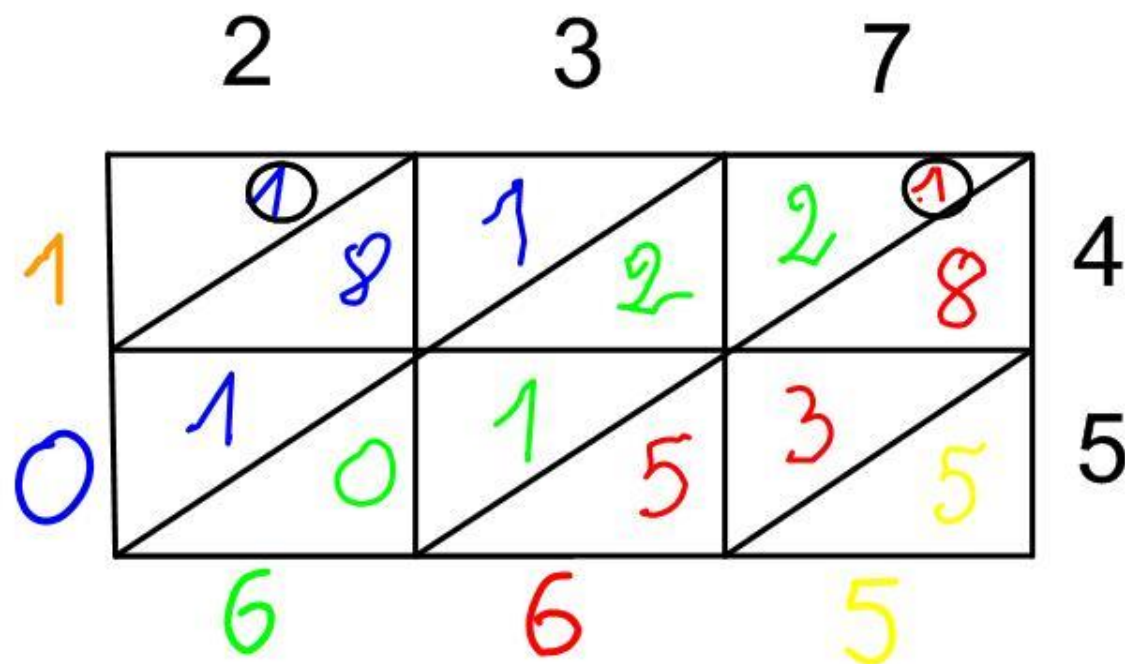
Difficultés de cette technique :

- Distributivité
- ...



La multiplication : la technique "per gelosia"

$$237 \times 45$$



Avantages de cette technique :

- Pas de retenue multiplicative

-...

Difficultés de cette technique :

- Place des retenues additives

-...



La multiplication : "la technique dérivée de la méthode française"

$$234 \times 17$$

| | | | | | |
|---|---|------|-----|----|----|
| $\begin{array}{r} 234 \\ \times 17 \\ \hline 1638 \\ + 2340 \\ \hline 3978 \end{array}$ | ← | 200 | 30 | 4 | |
| | ← | 1400 | 210 | 28 | 7 |
| | ← | 2000 | 300 | 40 | 10 |

Avantages de cette technique :

- Lien entre la méthode « Per Gélosia » et la méthode française
- Pas de retenue multiplicative
- ...

Difficultés de cette technique :

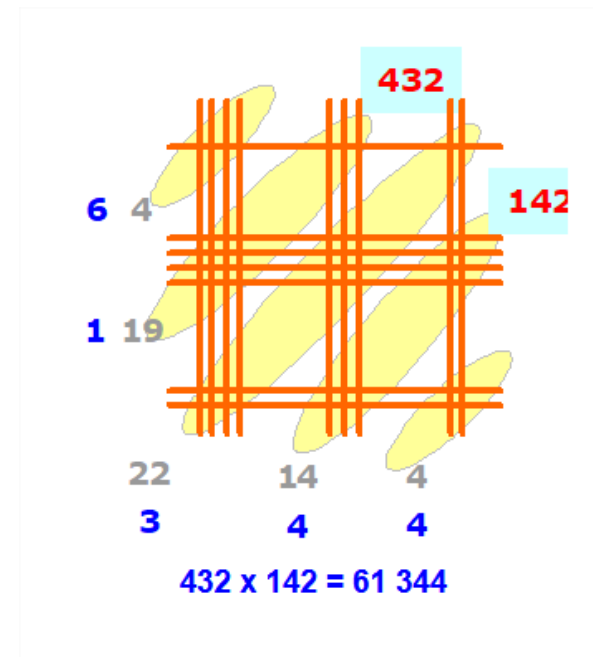
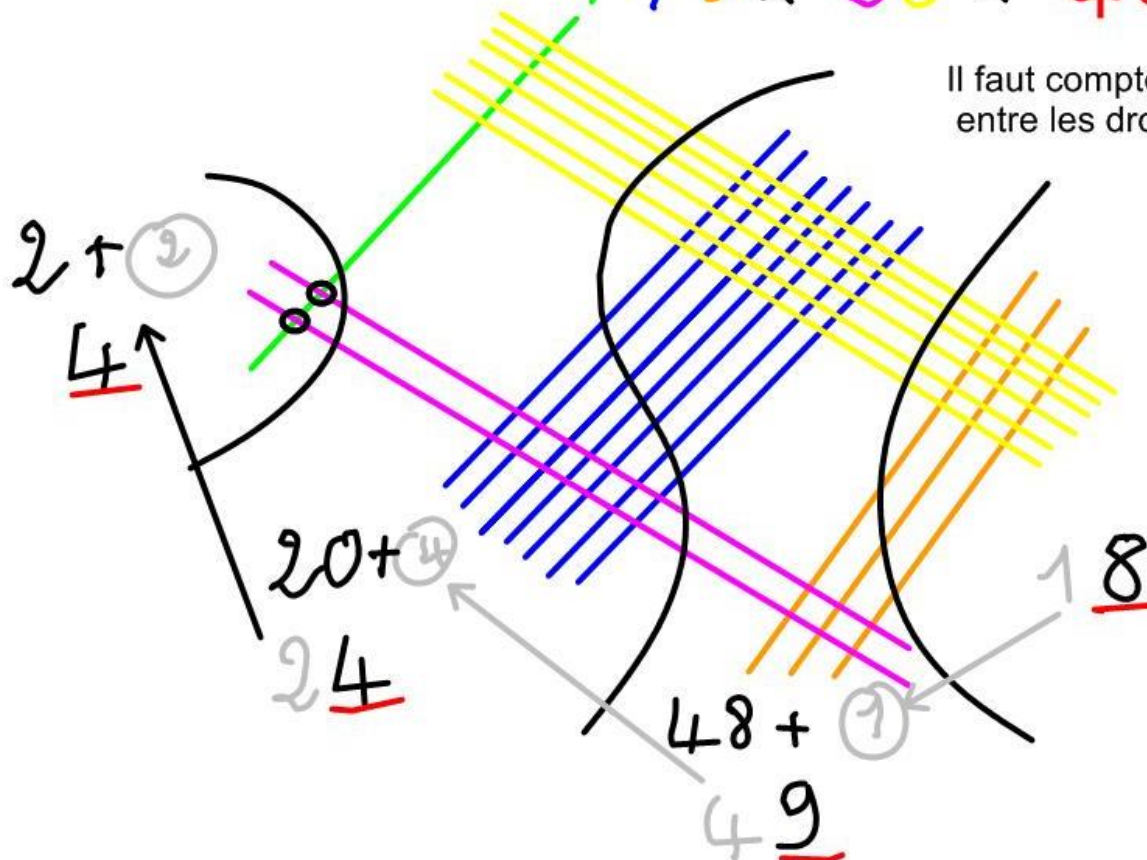
- Sens de l'écriture du nombre qui est en vertical (opposé à la méthode « Per Gélosia »)
- ...



La multiplication : "la technique utilisant des traits"

$$173 \times 26 = 4498$$

Il faut compter les intersections entre les droites



Avantages de cette technique :

- Ne nécessite pas la connaissance des tables et de la multiplication

-...

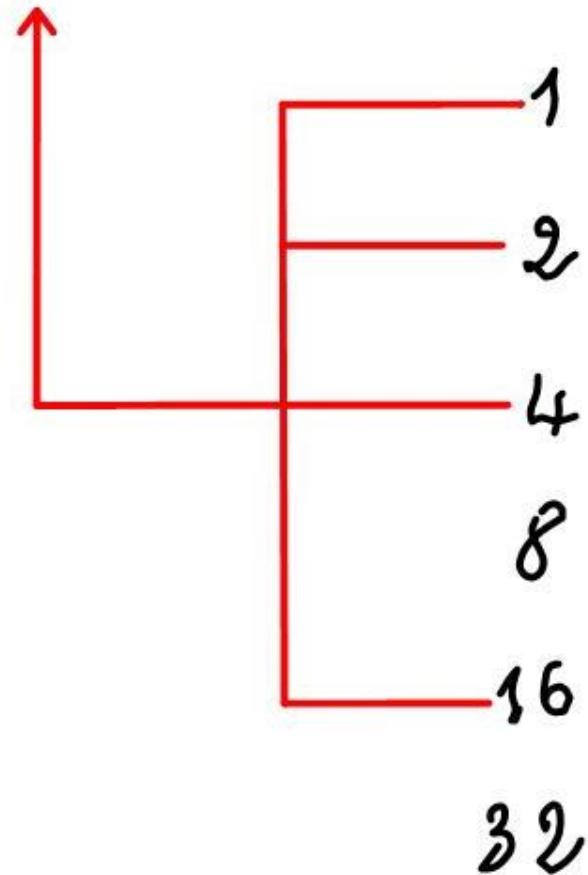
Difficultés de cette technique :

- Retenues additives
- Temps d'exécution !

-...



$$23 \times 19$$



$$\begin{array}{r}
 19 \\
 + \\
 38 \\
 + \\
 76 \\
 152 \\
 + \\
 304 \\
 \hline
 608
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \textcircled{1} \textcircled{2} \\
 + 19 \\
 + 38 \\
 + 76 \\
 + 304 \\
 \hline
 437
 \end{array}$$

Avantages de cette technique :
 - N'utilise pas la technique multiplicative
 - ...

Difficultés de cette technique :
 - Complexité du procédé
 - ...

La multiplication : La technique dite « à la russe »

$$129 \times 37$$

Dans la colonne de gauche, on divise par deux en prenant la partie entière et on s'arrête à 1.

Dans la colonne de droite, on double successivement chaque nombre.

On raye à droite tous les chiffres en face d'un nombre pair.

On fait la somme des nombres de droite restants.

| | |
|----|-----------------|
| 37 | 129 |
| 18 | 258 |
| 9 | 516 |
| 4 | 1032 |
| 2 | 2064 |
| 1 | 4128 |
| | <hr/> |
| | 4773 |

Avantages de cette technique :

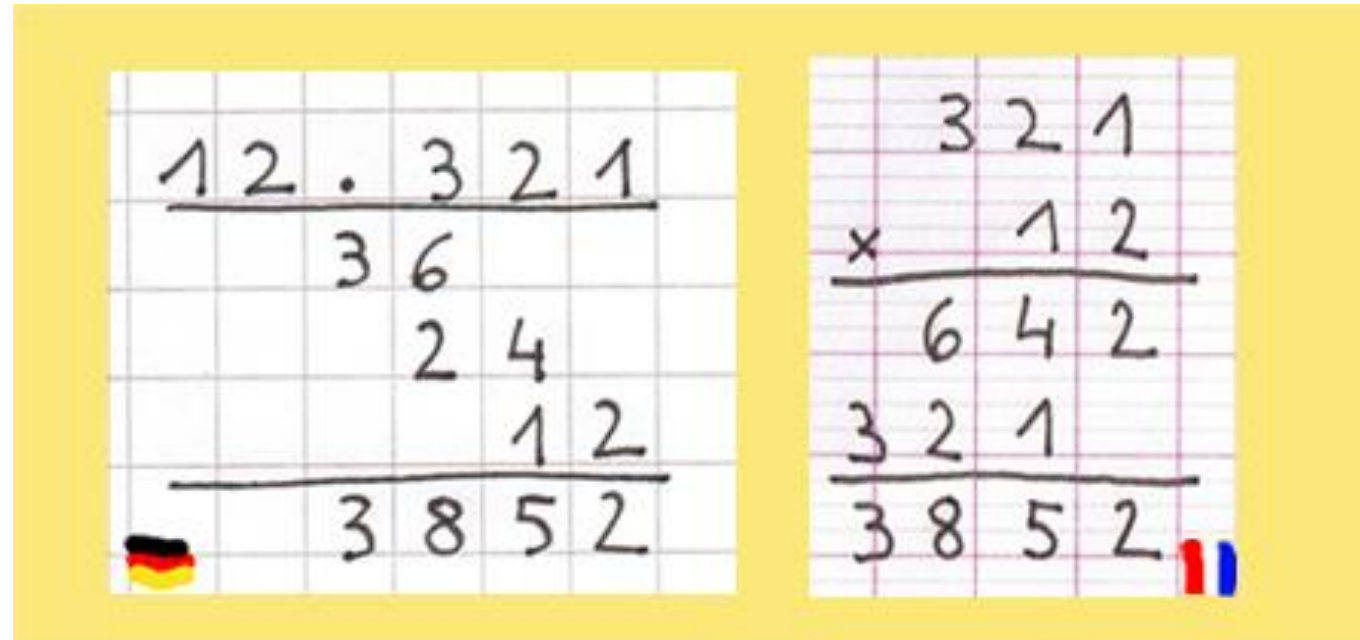
- N'utilise pas la technique multiplicative
- Pas de retenue
- ...

Difficultés de cette technique :

- la division par 2 et partie entière.
- ...

La multiplication : La technique allemande

321 x 12



Avantages de cette technique :

- N'utilise pas la technique multiplicative
- Pas de retenue
- ...

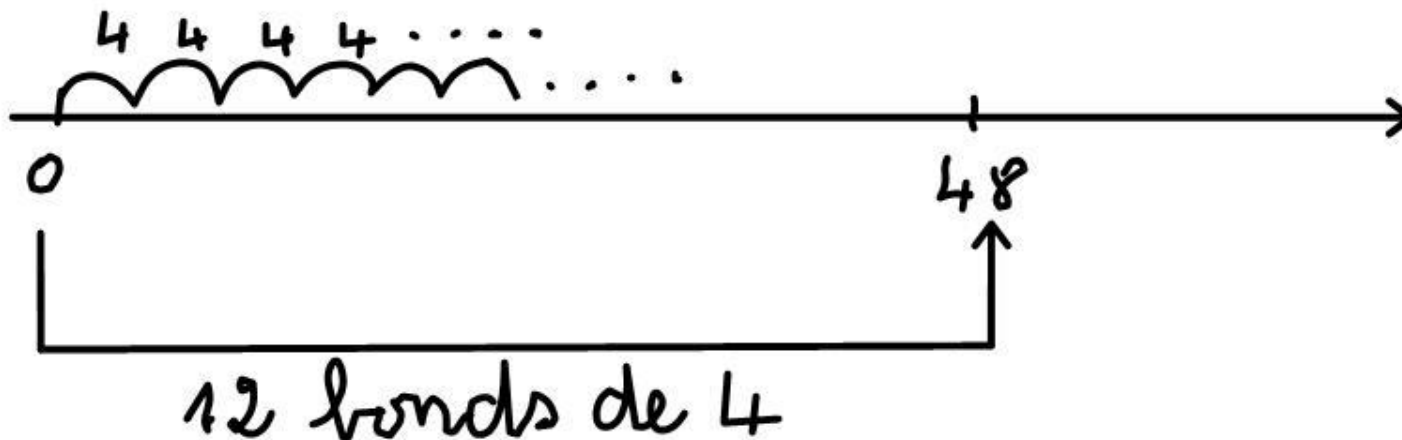
Difficultés de cette technique :

- la présentation
- ...

LES DIVISIONS



$$49 \div 4$$



48 avec reste 1

Avantages de cette technique :

- Support visuel
- Techniques opératoires sollicitées :
additions / soustractions
- Permet le lien avec la multiplication
- Compréhension du reste
- ...

Difficultés de cette technique :

- Temps d'exécution
- ...

La technique opératoire classique à l'allemande

$$\begin{array}{r}
 434 \\
 - 310 \\
 \hline
 124 \\
 - 124 \\
 \hline
 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 31 \\
 \hline
 10 \\
 \bullet \\
 + 4 \\
 \hline
 14
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 10 \times 31 = 310 \\
 4 \times 31 = 124
 \end{array}$$

Quelques principes pour poser une division :

- Evaluer le nombre de chiffres du quotient et mettre les points. Ici le quotient à deux chiffres.

$$31 \times 10 = 310$$

$$\begin{array}{r}
 \dots\dots\dots \leftarrow 31 \times \bullet \bullet = 434 \\
 31 \times 100 = 3100
 \end{array}$$

Notre quotient a **deux chiffres** donc on cherche la **dizaine** puis **l'unité** :

- On cherche la dizaine qui multipliée au diviseur se rapproche le plus du dividende sans le dépasser, ici : 10×31 (car 20×31 est trop grand).
- Ecrire la soustraction pour évaluer ce qu'il reste à partager.
- On recherche le deuxième chiffre du quotient (ici l'unité) qui multiplié au diviseur se rapproche le plus du dividende sans le dépasser, ici c'est 4.
- Ecrire la soustraction pour évaluer ce qu'il reste à partager.